

# Gezeiten und Bezugssysteme

Udo Backhaus

Universität Duisburg-Essen, Universitätsstrasse 2, 45117 Essen, email: udo.backhaus@uni-due.de

Das Grundphänomen der Gezeiten, der mit einer Periode von 12 Stunden und 25 Minuten stattfindende Wechsel zwischen Hoch- und Niedrigwasser, ist das Ergebnis eines recht einfachen Wechselspiels zwischen Gravitation und Rotation. Trotzdem bereitet das Verständnis Lernenden Schwierigkeiten, wählen Lehr- und Schulbücher unterschiedliche Argumentationswege und beschäftigen sich physikdidaktische Untersuchungen und Aufsätze immer wieder mit den damit zusammenhängenden Problemen. Ursachen für die Schwierigkeiten werden in dieser Arbeit darin gesehen, dass das Bezugssystem, in dem argumentiert wird, nicht explizit genannt wird und dass oft während der Argumentation, meist implizit, das Bezugssystem gewechselt wird.

Es werden Probleme in verbreiteten Darstellungen aufgezeigt, um Diskussionen über Vor- und Nachteile der Wahl bestimmter Bezugssysteme anregen. Dazu wird ein Überblick über die sich anbietenden Bezugssysteme gegeben und an Beispielen gezeigt, wie Beschreibungen des Gezeitenphänomens bei konsequenter Verwendung nur eines Bezugssystems aussehen können. Eine ausführliche Diskussion der Vor- und Nachteile verschiedener Modelle und konkrete Vorschläge für Argumentationswege im Unterricht bleiben einem weiteren Aufsatz vorbehalten.

Die Arbeit wurde angestoßen durch einen kürzlich veröffentlichten Aufsatz von R. Müller [8].

## 1. Einleitung

Gezeiten sind ein komplexes Phänomen. Trotzdem kann die prinzipielle Erklärung durch die beiden Flutberge auf der mondzugewandten und der mondabgewandten Seite der Erde seit Newton im Wesentlichen als verstanden betrachtet werden.

Blicke in Schul- und Fachbücher offenbaren jedoch erhebliche Schwierigkeiten beim Vermitteln und Lernen dieses Grundprinzips. Deshalb ist die didaktische Elementarisierung des Problems immer wieder Gegenstand von Diskussionen und Veröffentlichungen. Ein zentrales Problem aller dabei gemachten Vorschläge scheint die Wahl des Bezugssystems zu sein. In vielen Beschreibungen des Prinzips der Gezeitenentstehung wird dem verwendeten Bezugssystem keine oder nur wenig Beachtung geschenkt: Es wird gar nicht explizit genannt, oder es wird zwischen verschiedenen Bezugssystemen gewechselt, ohne dass dieser Wechsel bewusst gemacht würde. In der Regel findet auch keinerlei Reflexion über die Zweckmäßigkeit verschiedener Bezugssysteme statt.

Ziel dieses Aufsatzes ist die Gegenüberstellung der Beschreibungen in verschiedenen Bezugssystemen. Dabei soll nur der Mechanismus untersucht werden, der zur Ausbildung der Flutberge führt. Deshalb bleiben alle zusätzlichen Effekte unberücksichtigt, die zusammen erst zu der faszinierenden Komplexität des Gezeitenphänomens führen, z. B. der Einfluss der Sonne, die Neigung der Mondbahnebene gegen die Ekliptik und die Neigung der Rotationsachse der Erde gegen beide Bahnebenen, die Exzentrizität von Erd- und Mondbahn, die Küstenformen auf der Erde, ...

Im Einzelnen werden die folgenden Vereinfachungen vorgenommen:

1. Das Phänomen wird im von Erde und Mond gebildeten Zwei-Körper-System behandelt.
2. Der Abstand  $r_M$  zwischen Erde und Mond wird als konstant vorausgesetzt. Dadurch umlaufen Erde und Mond den gemeinsamen Schwerpunkt in gleichförmigen Kreisbewegungen mit der Kreisfrequenz  $\omega = \frac{2\pi}{27.3d}$ .
3. Die Neigung der Mondbahnebene gegen die

Äquatorebene der Erde wird vernachlässigt.

4. Die Erde wird als kugelförmig mit dem Radius  $R$  angenommen. Sie rotiert gleichförmig mit der Frequenz  $\Omega = \frac{2\pi}{23h56m}$ .
5. Es werden nur Punkte bzw. Körper betrachtet, die sich auf dem Äquator befinden und relativ zur Erdoberfläche in Ruhe sind.

Damit werden die Gezeiten zu einem ebenen Problem. Wenn man sich auf die Punkte auf der Verbindungsgerade der beiden Mittelpunkte beschränkt, den inneren (sublunaren) Punkt und den äußeren Punkt, reduziert sich die Diskussion sogar auf ein lineares Problem.

## 2. Das Phänomen und seine erste Erklärung

An und auf dem Meer gibt es im Abstand von 12h25m je einmal Hoch- und Niedrigwasser, d. h. im Rhythmus der Mondtage mit 24h50m Dauer zweimal täglich. Sie werden hervorgerufen durch zwei Flutberge, die sich auf der mondzugewandten und auf der mondabgewandten Seite der Erde ausbilden und unter denen sich die Erde durch die tägliche Rotation um ihre Achse hinwegdreht.

Die Entstehung dieser Flutberge wird im Zweikörper-System Erde-Mond mit der (monatlichen) Bewegung von Mond und Erde um den gemeinsamen Schwerpunkt erklärt. Aufgrund des großen Massenverhältnisses zwischen Erde und Mond liegt der gemeinsame Schwerpunkt innerhalb der Erde, bei einem Abstand vom Erdmittelpunkt von  $r_s \approx \frac{3}{4}R$ .

Die Beschreibung der Bewegungen von Erde und Mond und der dabei auf Körper an der Erdoberfläche ausgeübten Kräfte unterscheiden sich in der Literatur erheblich. Die wesentlichen physikalischen Unterschiede beruhen dabei auf

- der Wahl unterschiedlicher Koordinatensysteme:
  - Schwerpunkt oder Erdmittelpunkt als Bezugspunkt,
  - Achsen mit fester Raumorientierung oder rotierende Achsen,
- unterschiedlicher Berücksichtigung der Erdrotation und

- verschieden konsequenter Anwendung der Newton'schen Mechanik.

Um den Blick für diese Unterschiede zu schärfen, werden im Folgenden die Grundaussagen der Newton'schen Dynamik kurz zusammengefasst und ein Überblick über die möglichen Bezugssysteme und die in ihnen auftretenden Kräfte gegeben.

## 3. Gezeiten und Newton'sche Dynamik

### 3.1 Kräfte und Bewegungen

Mit dem Kraftbegriff werden in der Physik Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Körpern beschrieben. Mit der Sprechweise „Auf einen Körper wirkt eine Kraft.“ konzentriert man sich auf die Auswirkung auf einen der Wechselwirkungspartner. Dabei ist die Gesamtkraft  $\vec{F}_{ges}$  auf einen Körper die Vektorsumme aller auf ihn ausgeübten Kräfte, die gemäß  $\vec{F}_{ges} = m\vec{a}$  mit der Beschleunigung  $\vec{a}$  des betrachteten Körpers zusammenhängt.

Damit auch in beschleunigten Bezugssystemen die Newton'sche Dynamik, d. h. die Bewegungsgleichung  $\vec{F}_{ges} = m\vec{a}$ , auf die Bewegung eines Körpers angewendet werden kann, müssen zusätzliche Kräfte eingeführt werden, die nicht auf Wechselwirkungen mit anderen Körpern beruhen. Solche eher formal eingeführten Kräfte werden hier Nichtwechselwirkungskräfte oder nichtnewtonsche Kräfte genannt:<sup>1</sup>

- In einem Bezugssystem, dessen Ursprung sich gegenüber einem Inertialsystem beschleunigt bewegt, tritt eine **Trägheitskraft**  $\vec{F}_T$  auf, die der Beschleunigung des Systems entgegen gerichtet ist.
- In einem Bezugssystem mit rotierenden Achsen treten zusätzlich
  - eine **Fliehkraft**  $\vec{F}_F$  auf, die von der Rotationsachse des Bezugssystems weg gerichtet ist,
  - und, wenn sich der betrachtete Körper relativ zum Bezugssystem bewegt, eine **Corioliskraft**  $\vec{F}_C$  auf, die senkrecht auf der Rotationsachse des Bezugssystems und senkrecht auf der Bewegungsrichtung steht.

<sup>1</sup>Die Bezeichnungen „Scheinkräfte“ und „Trägheitskräfte“ werden in der Literatur unterschiedlich verwendet. Um Verwirrungen zu vermeiden, werden sie hier weitgehend vermieden.

Die dynamische Analyse einer Bewegung besteht dann darin, dass aus der beobachteten Bewegung (genauer: Beschleunigung)  $\vec{a}$  eines Körpers auf die Gesamtkraft  $\vec{F}_{ges}$ , die auf ihn ausgeübt wird, geschlossen wird. In einem zweiten Schritt wird die Gesamtkraft auf das Zusammenwirken verschiedener physikalischer Kräfte und (eventuell) nichtnewtonsche Kräfte zurückgeführt. Umgekehrt kann aus den bekannten Kräften die Gesamtkraft  $\vec{F}'_{ges}$  auf einen Körper berechnet und damit seine Bewegung berechnet werden. Die Analyse ist erfolgreich, wenn die berechnete Gesamtkraft  $\vec{F}'_{ges}$  und die beobachtete Bewegung zusammenpassen.

*Passt die berechnete Gesamtkraft  $\vec{F}'_{ges}$  zur beobachteten Bewegung? Oder muss nach einer zusätzlichen Kraft  $\vec{F}_{zus}$  gesucht werden, um die Bewegung erklären zu können:*

$$\vec{F}'_{ges} + \vec{F}_{zus} = \vec{F}_{ges} = m\vec{a} \quad (1)$$

$\vec{F}_{zus}$  muss auf zusätzlichen (bisher übersehenen oder veränderten) physikalischen Wechselwirkungen beruhen, die z. B. durch eine zusätzliche elastische Verformung, durch Neigung der Oberfläche oder durch Verringerung der Eintauchtiefe eines schwimmenden Gegenstandes hervorgerufen werden.

### 3.2 Die Kräfte beim Gezeitenproblem

#### 3.2.1 Wechselwirkungskräfte

Bei einem Körper der Masse  $m$ , der sich auf dem Äquator relativ zur Erde in Ruhe befindet, lassen sich folgende Wechselwirkungskräfte identifizieren:

1. die **Gravitationskraft der Erde**  $\vec{F}_g$  und
2. die **elastische Kraft des Bodens** (bzw. die Auftriebskraft des Wassers)  $\vec{F}_{el}$ .

Die Summe dieser beiden Kräfte ist null, wenn sich die Erde nicht dreht und der Mond nicht vorhanden ist (s. u.). Wenn sich aber die Erde mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_E$  gegenüber einem Inertialsystem dreht, gilt für die insgesamt von der Erde ausgeübte Kraft („**Erdanziehungskraft**“)  $\vec{F}_E$ :<sup>2</sup>

<sup>2</sup>so nur richtig in der Äquatorebene

$$\vec{F}_E = \vec{F}_g + \vec{F}_{el} = -m\Omega_E^2 R \frac{\vec{r} - \vec{r}_E}{|\vec{r} - \vec{r}_E|}. \quad (2)$$

Dabei sind  $\vec{r}$  und  $\vec{r}_E$  die Orte des betrachteten Körpers und des Erdmittelpunktes.

Zusätzlich wirkt auf den Körper

3. die **Gravitationskraft des Mondes**  $\vec{F}_M$ .  
Für sie gilt ( $M_M$  und  $\vec{r}_M$  bezeichnen Masse und Ort des Mondes.):

$$\vec{F}_M = \gamma \frac{mM_M}{|\vec{r}_M - \vec{r}|^3} (\vec{r}_M - \vec{r}) \quad (3)$$

Am Außenpunkt wird daraus:

$$\begin{aligned} \vec{F}_M &= \gamma \frac{mM_M}{(r_M + R)^2} \frac{\vec{r}_M - \vec{r}}{|\vec{r}_M - \vec{r}|} \\ &= \gamma \frac{mM_M}{r_M^2} \left(1 + \frac{R}{r_M}\right)^{-2} \frac{\vec{r}_M - \vec{r}}{|\vec{r}_M - \vec{r}|} \\ &\approx \omega^2 r_S \left(1 - \frac{2R}{r_M}\right) \frac{\vec{r}_M - \vec{r}}{|\vec{r}_M - \vec{r}|} \end{aligned} \quad (4)$$

Dabei wurde verwendet, dass die Beschleunigung des Erdmittelpunktes gerade gleich der vom Mond erzeugten Gravitationsbeschleunigung am Ort des Erdmittelpunktes ist.

#### 3.2.2 Nichtwechselwirkungskräfte

Wenn sich der Ursprung des verwendeten Bezugssystems gegenüber einem Inertialsystem mit der Beschleunigung  $\vec{a}_{BS}$  bewegt, wirkt auf den betrachteten Körper zusätzlich

4. die **Trägheitskraft**  $\vec{F}_T$ :

$$\vec{F}_T = -m\vec{a}_{BS}. \quad (5)$$

In einem Bezugssystem, dessen Achsen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}_{BS}$  rotieren, wirken auf den Körper außerdem

5. die **Fliehkraft**  $\vec{F}_F$ :

$$\vec{F}_F = m\vec{\omega}_{BS} \times (\vec{\omega}_{BS} \times \vec{r}) \quad (6)$$

6. und, wenn sich der Körper mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}' = (\vec{\Omega}_E - \vec{\omega}_{BS}) \times (\vec{r} - \vec{r}_E)^3$  gegenüber dem Bezugssystem bewegt, die **Coriolis-Kraft**  $\vec{F}_C$ :

$$\begin{aligned}\vec{F}_C &= -2m\vec{\omega}_{BS} \times \vec{v}' \\ &= -2m\vec{\omega}_{BS} \times ((\vec{\Omega}_E - \vec{\omega}_{BS}) \times (\vec{r} - \vec{r}_E))\end{aligned}\quad (7)$$

Im Falle der Gezeiten stellt sich also die im Rahmen der Newton'schen Dynamik formulierte Frage folgendermaßen:

***Kann man mit der Summe dieser Kräfte***

$$\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M + \vec{F}_T + \vec{F}_F + \vec{F}_C \quad (8)$$

***die beobachtete Bewegung beschreiben oder ist eine zusätzliche Kraft  $\vec{F}_{zus}$  erforderlich? Wenn ja, ist diese zusätzlich erforderliche Kraft die Gezeitenkraft.***<sup>4</sup>

Für die aus diesen Kräften berechnete Gesamtkraft auf einen Körper ergibt sich also im Inertialsystem (11), im nicht rotierenden Nichtinertialsystem (12) und im rotierenden Nichtinertialsystem (13):

$$\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M \quad (11)$$

$$\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M + \vec{F}_T \quad (12)$$

$$\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M + \vec{F}_T + \vec{F}_F + \vec{F}_C \quad (13)$$

## 4. Bezugssysteme und Modelle

### 4.1 Überblick

Für die Beschreibung des Gezeitenproblems können sechs verschiedene Bezugssysteme verwendet werden, die sich in der Wahl des Nullpunktes (Schwerpunkt **SP** des Erde-Mond-Systems oder Erdmittelpunkt **EMP**) und in der Wahl der Rotation des Bezugssystems (mit der **Winkelgeschwindigkeit der Erde**  $\Omega_{BS} = \Omega$  oder mit der **Winkelgeschwindigkeit des Mondes**  $\Omega_{BS} = \omega$  rotierend oder nicht rotierend ( $\Omega_{BS} = 0$ )) unterscheiden. Da die Erdrotation mit dem Problem der Entstehung der Flutberge nicht unmittelbar zu tun hat, kann man sie nach didaktischen Gesichtspunkten unterschiedlich einstellen – sie mit  $\Omega_E = \Omega$  unverändert lassen, sie „abstellen“ oder sie auf „gebundene Rotation“ abbremmen ( $\Omega_E = \omega$ ), d. h. so, dass alle Punkte der Erde relativ zum Mond ruhen.

Es kann also zwischen 18 verschiedenen Beschreibungsmodellen (sechs Bezugssysteme mit je drei verschieden eingestellten Winkelgeschwindigkeiten der Erde) gewählt werden. In allen diesen Modellen kann das Phänomen der Gezeiten beschrieben werden. Jedoch sind nicht alle sinnvoll. In der Literatur werden folgende Modelle verwendet:

Modell	Ursprung	$\Omega_{BS}$	$\Omega_E$
1	SP	0	$\Omega$
2	SP	0	0
3	SP	0	$\omega$
4	EMP	0	0
5a	SP	$\omega$	$\omega$
5b	EMP	$\omega$	$\omega$
6	EMP	$\Omega$	$\Omega$

### 4.2 Dynamik in den verschiedenen Modellen

Der allgemeine Ausdruck (8) vereinfacht sich für Punkte auf dem Äquator (in Klammern die Beträge am Beispiel des Außenpunktes), je nach Beschreibungsmodell, z. T. erheblich.

<sup>3</sup>Hier wird vorausgesetzt, dass die Rotationsachsen von Bezugssystem und Erde übereinstimmen.

<sup>4</sup>Genau genommen gilt  $\vec{F}_{Gesz} = -\vec{F}_{zus}$  weil es beim Gezeitenproblem üblich ist, statt (1) zu schreiben:

$$\vec{F}_{ges} = m\vec{a}_O + m\vec{a}_{Gesz} \quad (9)$$

$$\text{oder} \quad \vec{F}_{Gesz} = m\vec{a}_{Gesz} = \vec{F}'_{ges} - \vec{F}_{ges} = -\vec{F}_{zus} \quad (10)$$

Dabei ist  $\vec{a}_O$  die Beschleunigung der Erdoberfläche.

Die unterschiedlichen Schreibweisen geben unterschiedliche Intentionen wieder: Die zusätzliche Kraft  $\vec{F}_{zus}$  muss ausgeübt werden, um den Körper relativ zur Erde in Ruhe zu halten. Dagegen ist die Gezeitenkraft  $\vec{F}_{Gesz}$  die (zusätzliche) Kraft, die bewirkt, dass der Körper relativ zur Oberfläche beschleunigt wird.

- **Modell 1 („Realität“):** Jeder Punkt der Erde vollführt eine „Epizykelbewegung“, eine Überlagerung aus der täglichen Rotation mit dem monatlichen Umlauf der Erde um den Schwerpunkt (Abb. 1<sup>5</sup>).

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_E + \vec{F}_M \\ &\left( = -m\Omega^2 R - m\omega^2 r_S \left( 1 - \frac{2R}{r_M} \right) \right)\end{aligned}$$

- **Modell 2 („Umwälzbewegung“):** Ohne Rotation vollführt die Erde eine „Umwälzbewegung“, bei der alle Punkte der Erde Kreise gleicher Größe durchlaufen (Abb. 2).

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_M \\ &\left( -m\omega^2 r_S \left( 1 - \frac{2R}{r_M} \right) \right)\end{aligned}$$

- **Modell 3 („Hantelrotation“):** Die Erde vollführt eine „gebundene“ Rotation um den Schwerpunkt, bei der alle Punkte der Erde Kreise um den Schwerpunkt durchlaufen („Hantelrotation“). Da die Erde rotiert, ist  $\vec{F}_E \neq 0$  (Abb. 3).

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_E + \vec{F}_M \\ &\left( -m\omega^2 (R + r_S) + m\omega^2 r_S \frac{2R}{r_M} \right)\end{aligned}$$

- **Modell 4 (ruhende Erde mit umlaufendem Mond):** Die Erde ist in Ruhe, aber der Mond, und mit ihm der Schwerpunkt, umkreist den Erdmittelpunkt monatlich (Abb. 4). Auf die Körper auf dem Äquator wirken Kräfte, deren Größe und Richtung mit der Zeit variieren.

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_M + \vec{F}_T \\ &\left( +m\omega^2 r_S \frac{2R}{r_M} \right)\end{aligned}$$

- **Modell 5 („Statik“):**<sup>6</sup> Eine statische Situation: Erde, Mond und Schwerpunkt ruhen (Abb. 5).

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_E + \vec{F}_M (+\vec{F}_T) + \vec{F}_F \\ &\left( = -m\omega^2 R - m\omega^2 r_S \left( 1 - \frac{2R}{r_M} \right) \right. \\ &\quad \left. + m\omega^2 (r_S + R) \right) \\ &= m\omega^2 r_S \frac{2R}{r_M}\end{aligned}$$

- **Modell 6 (Ruhesystem der Erde):** In diesem Modell umkreisen die Flutberge, und mit ihnen der Außenpunkt, den Erdmittelpunkt bzgl. des Inertialsystems mit der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  entgegen dem Uhrzeigersinn, bzgl. des verwendeten Bezugssystems jedoch mit der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\Omega} - \vec{\omega}$  im Uhrzeigersinn.

$$\begin{aligned}\vec{F}'_{ges} &= \vec{F}_E + \vec{F}_M + \vec{F}_T + \vec{F}_F + \vec{F}_C \\ &\left( = -m\omega^2 R - m\omega^2 r_S \left( 1 - \frac{2R}{r_M} \right) \right. \\ &\quad \left. + m\omega^2 r_S + m\Omega^2 R - 2m\Omega(\Omega - \omega)R \right) \\ &= m\omega^2 r_S \frac{2R}{r_M} - m(\Omega - \omega)^2 R\end{aligned}$$

In allen Modellen lässt sich die zu der Bewegung gehörende Beschleunigung, also auch die erforderliche Kraft, leicht erkennen. Vergleicht man diese mit den in Klammern angegebenen Ergebnissen für den Außenpunkt, ergibt sich, wie es sein muss (aber entgegen der in der Literatur auch anzutreffenden Behauptung, in manchen Modellen ergebe sich ein falscher Wert für die Gezeitenkraft!), in allen Modellen eine vom Erdmittelpunkt weg gerichtete Gezeitenkraft mit dem Betrag

$$F_{gez} = m\omega^2 r_S \frac{2R}{r_M}.$$

<sup>5</sup>Die folgenden Abbildungen wurden mit einem Programm erzeugt, das die Bewegungen und Kräfte in den verschiedenen Modellen auch dynamisch simuliert. Es kann beim Autor angefordert werden. Um die Abbildungen groß genug darstellen zu können, werden sie am Ende des Artikels zusammengefasst.

<sup>6</sup>Wegen

$$\vec{F}_{T_b} + \vec{F}_{Z_b} = -m\omega^2 \vec{r}_{M_b} + m\omega^2 \vec{r}_b = m\omega \vec{r}_{EMP_a} + m\omega^2 (\vec{r}_a - \vec{r}_{EMP_a}) = m\omega^2 \vec{r}_a = \vec{F}_{F_a}$$

können die Modelle 5a und 5b zu Modell 5 zusammengefasst werden.

## 5. Blick in die Literatur

In der physikalischen Fachliteratur (z. B. Demtröder [2], Abb. 6) und in Schulbüchern (z. B. Metzler [6] oder Diehl et al. [3]<sup>7</sup>, Abb. 7) wird bei der Behandlung der Gezeiten am häufigsten Modell 2 verwendet, die Bewegung der Erde also im Inertialsystem als Umwälzbewegung beschrieben. Dabei wird meist das verwendete Bezugssystem nur beiläufig, dann aber widersprüchlich beschrieben:

- „Die Bewegung der Erde als Ganzes um  $S$  entspricht daher nicht einer Rotation um eine Achse, sondern vielmehr einer Verschiebung (Inertialsystem, Modell 2), da der raumfeste Punkt  $S$ , der immer auf der Verbindungslinie Erde-Mond liegt, innerhalb der Erde nicht konstant bleibt, sondern sich selbst im Koordinatensystem der nichtrotierenden Erde auf einem Kreis mit Radius  $0,75 R$  um den Erdmittelpunkt bewegt (rotierendes EMP-System, Modell 4). Die durch die mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  erfolgende Erde-Mond-Rotation um  $S$  bewirkt deshalb (ohne Eigenrotation der Erde) für alle Massenpunkte  $m$  der Erde die gleiche Zentrifugalkraft (Zentrifugalkräfte wurden explizit für rotierende Bezugssysteme eingeführt. Es gibt aber kein rotierendes Bezugssystem, in dem die Zentrifugalkräfte an allen Punkten gleich sind.).“ (Demtröder [2], Anmerkungen von mir)
- „Bei der Rotationsbewegung im gemeinsamen Schwerpunktsystem behält die Erde ihre Ausrichtung bei: Alle Punkte auf der Erde bewegen sich auf Kreisbahnen. (Inertialsystem, Modell 2) Da der Bahnradius für alle Punkte gleich ist, sind auch die Zentrifugalbeschleunigungen an allen Punkten auf der Erde gleich groß. (rotierendes Bezugssystem oder Modell 4?) Die Lage der beiden Flutberge ändert sich im System Erde-Mond nicht. (rotierendes Bezugssystem, Modell 5)“ (Diehl et al. [3], Anmerkungen von mir)

In diesen Büchern wird, wie in fast allen anderen auch, die Rotation der Erde angehalten, meist ohne Begründung. Dabei läge es doch, wenn schon die Erdrotation „manipuliert“ wird, viel näher, sie zu einer gebundenen Rotation abzubremesen, weil es bei

der Erklärung der Flutberge offensichtlich nur auf die Position der Körper *relativ zum Mond* ankommt. Nur in einem Schulbuch ([4], Abb. 8) wird die Bewegung von Erde und Mond als „Hantelrotation“ betrachtet und als Konsequenz im rotierenden Bezugssystem (Modell 5) beschrieben. Im zugehörigen Text heißt es: „Erde und Mond drehen sich mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt  $S$  – so als ob eine starre Stange beide Himmelskörper verbinden würde. ... Als Mitrotierende spüren wir eine Zentrifugalkraft. Sie muss zur Gravitationskraft des Mondes addiert werden. ... In der Grafik sind die Resultierenden aus Zentrifugal- und Gravitationskraft rot eingezeichnet. ...“ Hier wird konsequent im rotierenden Bezugssystem argumentiert. Allerdings würde sich die Argumentation quantitativ als falsch erweisen: Die Gravitationskräfte in den Punkten  $A$  und  $B$  unterscheiden sich nur um 3%, die Zentrifugalkräfte dagegen wegen der (ungenau eingezeichneten) Lage des Schwerpunktes bei  $0,75R$  um den Faktor 7. Um die Argumentation auch quantitativ richtig zu machen, muss die „Erdanziehungskraft“  $F_E$  (s. Gleichung (2)) berücksichtigt werden.

In einem neueren Schulbuch ([7], Abb. 9) und in einigen fachdidaktischen Veröffentlichungen (z. B. [8], Abb. 10) wird mit Beschleunigungsunterschieden argumentiert. Mir scheint das nur ein Versuch zu sein, den Wechsel des Bezugssystems vom Schwerpunktsystem auf das beschleunigte Erdmittelpunktsystem zu verschleiern. Ganz deutlich wird das bei Müller [8]: Das Abziehen der Beschleunigung bzw. der Kraft  $\vec{F}_G(r_S)$  in Abbildung 10 kann doch kaum anders interpretiert werden als als Übergang vom Inertialsystem in das Schwerpunktsystem des fallenden Kastens. Die folgende Formulierung zeigt, dass Müller selbst sich von dieser Interpretation nicht frei machen kann: „Ball und Hammer befinden sich im freien Fall und folgen deshalb ihren jeweiligen Bahnkurven. Weil diese wie in der Abbildung gezeigt immer weiter auseinander laufen, driften auch Ball und Hammer im Kasten auseinander. Sie werden schließlich von der Kastenwand gestoppt.“ (Hervorhebung von mir) Die auf das Inertialsystem bezogene Formulierung wäre stattdessen: „Sie werden schließlich von der Kastenwand auf parallele Bahnkurven gezwungen.“

<sup>7</sup>In der vorhergehenden Ausgabe des Oberstufenbuches des Cornelsen-Verlages [1] wurde noch konsequent im Inertialsystem argumentiert.



## 6. Vorläufiges Fazit

Die dynamische Erklärung der Entstehung der beiden Flutberge ist in vielen verschiedenen Modellen möglich. Die Entscheidung für eins dieser Modelle muss nach physikalisch-fachlichen Kriterien (Einfachheit, z. B. Anzahl der zu berücksichtigenden Kräfte, Komplexität der Berechnung, ...) und didaktischen Gesichtspunkten (Möglichkeit der Elementarisierung, Vorwissen der Lernenden, zu erwartende Lernschwierigkeiten, ...) getroffen werden. Es soll hier nicht für ein bestimmtes Modell plädiert werden. Eine gründliche Diskussion der zahlreichen didaktischen Arbeiten zu diesem Thema (siehe z. B. [5], [9], [10], und [11]), in denen allerdings die Wahl des Bezugssystems kaum reflektiert wird, würde den Rahmen dieses Artikels sprengen. Dies soll in naher Zukunft geleistet werden und zu einem konkreten Vorschlag für die Behandlung des Gezeitenproblems führen. Drei allgemeine Gesichtspunkte sollen abschließend jedoch genannt werden:

- Gezeiten werden untersucht, um Vorgänge *auf der Erde* zu verstehen. Unabhängig vom gewählten Bezugssystem wird deshalb zum Schluss eine Transformation ins Ruhesystem der Erde erforderlich sein: Welche Bewegungen relativ zur Erdoberfläche ergeben sich aus den Überlegungen? Welche Beobachtungen, die man auf der Erde macht, können damit erklärt werden?
- Das hier als Modell 6 bezeichnete Ruhesystem der mit realer Frequenz rotierenden Erde ist sicher das Bezugssystem, das verwendet werden muss, wenn alle Gezeitenphänomene detailliert beschrieben und erklärt werden sollen. In diesem Fall muss der Einfluss von Coriolis- und Reibungskräften auf das Strömungsverhalten des Wassers berücksichtigt werden. Soll sich jedoch auf die prinzipielle Entstehung der Flutberge beschränkt werden, ist dieses Modell unnötig komplex.
- Die Betrachtung der nicht rotierenden Erde ist der Verursachung der Gezeiten durch den Mond, bei der es auf die Lage *relativ zum Mond* ankommt, kaum angemessen. Sie lässt sich wohl nur nachträglich mit einer gewissen mathematischen Einfachheit begründen. Das zu beschreibende Phänomen legt es eher nahe, Erde und Mond in gebundener Rotation zu betrachten.

- Wenn die Gezeiten in einem Nichtinertialsystem beschrieben werden sollen, müssen beschleunigte Bezugssysteme bekannt sein oder in diesem Zusammenhang eingeführt werden. Z. Z. ist es jedoch im Physikunterricht üblich, Mechanik nur bezüglich Inertialsystemen zu betreiben. Das führt im Unterricht regelmäßig zu Problemen, wenn Schüler auf Fliehkräften beharren, die deutlich zu spüren seien. Vielleicht sollte das Gezeitenproblem den Anlass bilden, das „Verbot“ beschleunigter Bezugssysteme neu zu überdenken.

## 7. Literatur

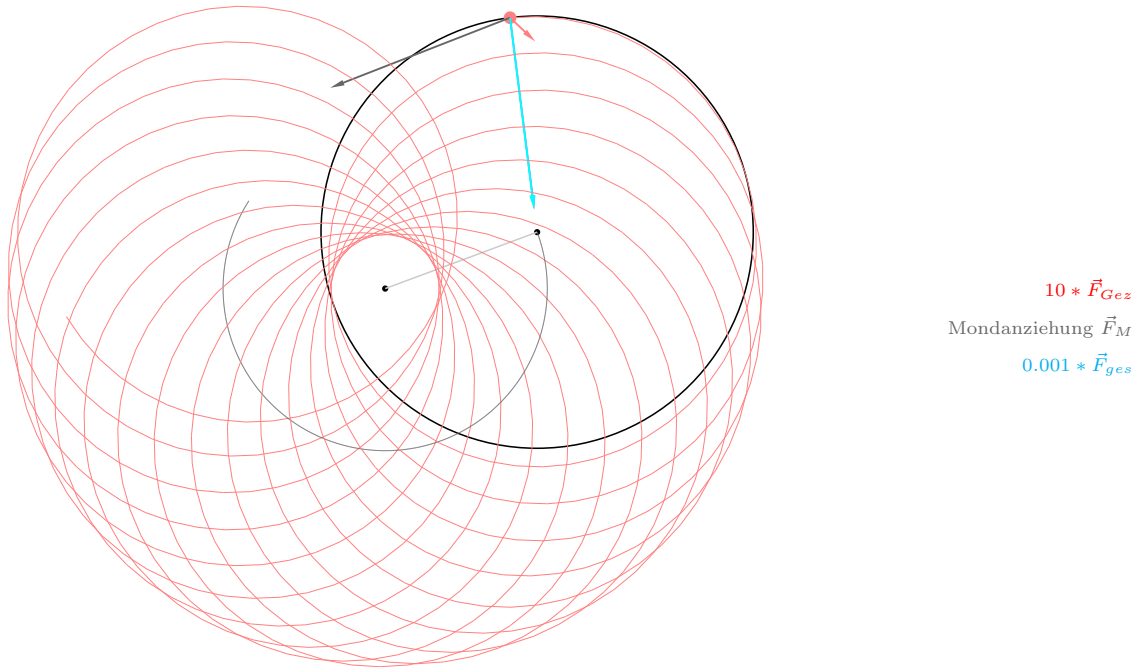
- [1] Boysen, G. et al., *Physik Oberstufe*, Ausgabe E, Gesamtband, Cornelsen: Berlin 2001, S. 94f
- [2] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*, Springer: Berlin 2006
- [3] Diehl, B. et al., *Physik Oberstufe*, Ausgabe YY, Gesamtband, Cornelsen: Berlin 2008, S. 90f
- [4] Fösel, A. et al.: *Fokus Physik 10*, Cornelsen: Berlin 2009, S. 135
- [5] Goldkuhle, P., *Die Entstehung der Gezeiten. Alternative Sichtweisen und ihre Modellierung mit dem Computer*, Praxis/Physik 48/3, 27 (1999)
- [6] Grehn, J., Krause, J. (Hrsg.): *Metzler Physik*, Schroedel: Hannover 2004
- [7] Grehn, J., Krause, J. (Hrsg.): *Metzler Physik*, Schroedel: Hannover 2008
- [8] Müller, R., *Die Gezeiten – eine schrittweise Einführung in ein komplexes Thema*, PhyDid 1/8, 23-31 (2009) (<http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/viewArticle/68>)
- [9] Priemer, B., Schön, L.-H., *Gezeiten im Schulunterricht*, in: Nordmeyer, V. (Hrsg.), Didaktik der Physik, Beiträge der Frühjahrstagung der DPG, Düsseldorf 2004
- [10] Schlichting, H.-J., Farwig, P.: *Ebbe und Flut im Unterricht der Sekundarstufe I und II*, Physica didactica 4, 197 (1977) ([http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/fachbereich\\_physik/didaktik\\_physik/publikationen/ebbeundflutsek.pdf](http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/fachbereich_physik/didaktik_physik/publikationen/ebbeundflutsek.pdf))

- [11] Theis, W. R., *Gezeiten im Schulunterricht*,  
MNU 56/4, 196 (2003)



## 8. Anhang: Die Abbildungen

Modell 1: Inertialsystem und realistische Erdrotation



**Abb. 1:** Die „Erdbeschleunigung“  $\vec{F}_E$  ist etwa um den Faktor 1000 größer als die Gravitationskraft des Mondes  $\vec{F}_M$ . Die Abweichung zwischen  $\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M$  und  $\vec{F}_{ges}$  ist (wegen der Verkleinerung um den Faktor 1000) nicht zu erkennen.

Modell 2: Inertialsystem ohne Erdrotation

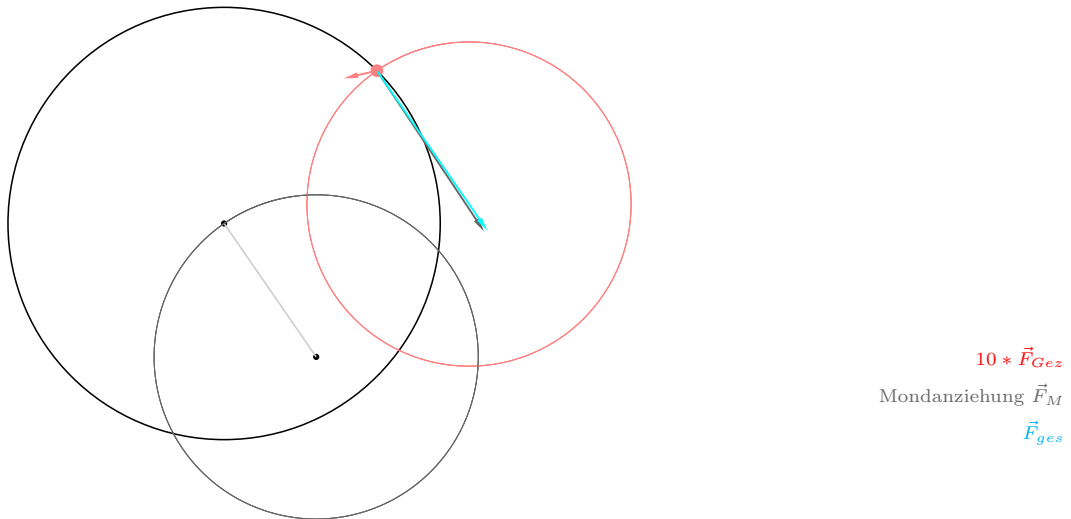


Abb. 2: Die Abweichung zwischen  $\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_M$  und  $\vec{F}_{ges}$  ist zu erkennen.

Modell 3: Inertialsystem und gebundene Erdrotation

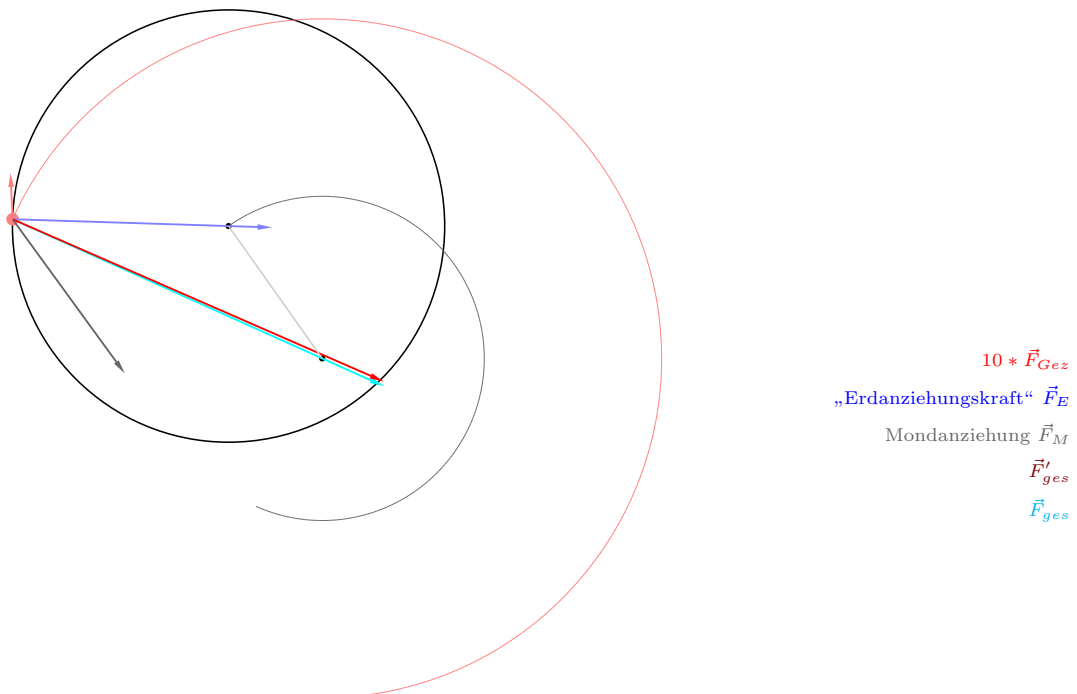


Abb. 3: Die Abweichung zwischen  $\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M$  und  $\vec{F}_{ges}$  ist zu erkennen.

Modell 4: Nicht rotierendes Erdmittelpunktsystem ohne Erdrotation

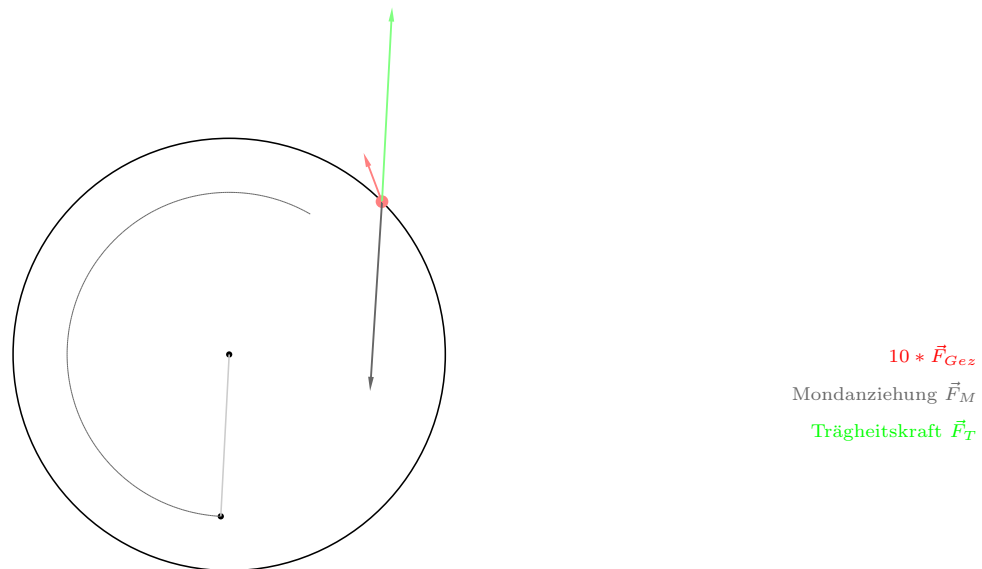


Abb. 4: Die Kräfte  $\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_M + \vec{F}_T$  und  $\vec{F}_{ges} (=0)$  sind wegen ihrer Kleinheit zu nicht erkennen.

Modell 5: Rotierendes Schwerpunkt- (oder Erdmittelpunkt-) System und gebundene Erdrotation

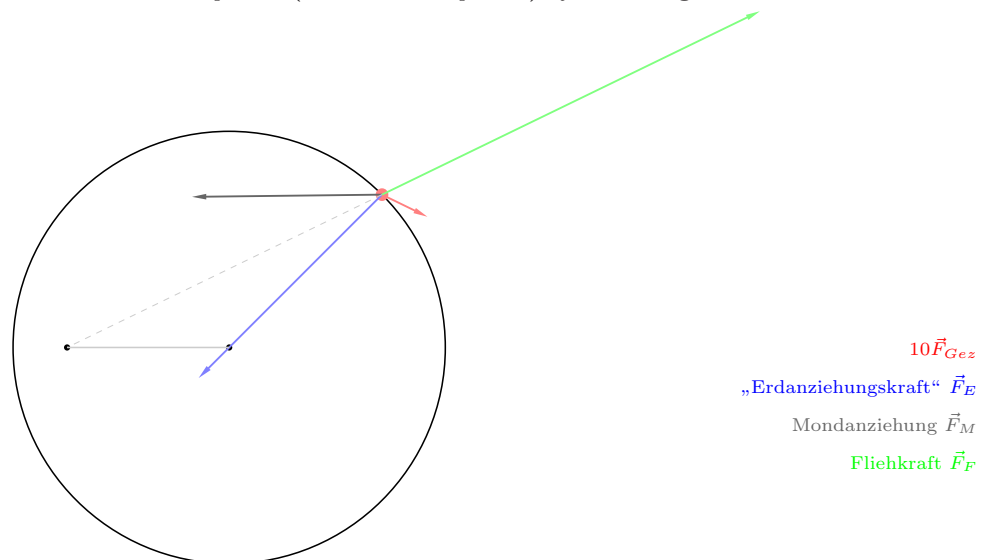
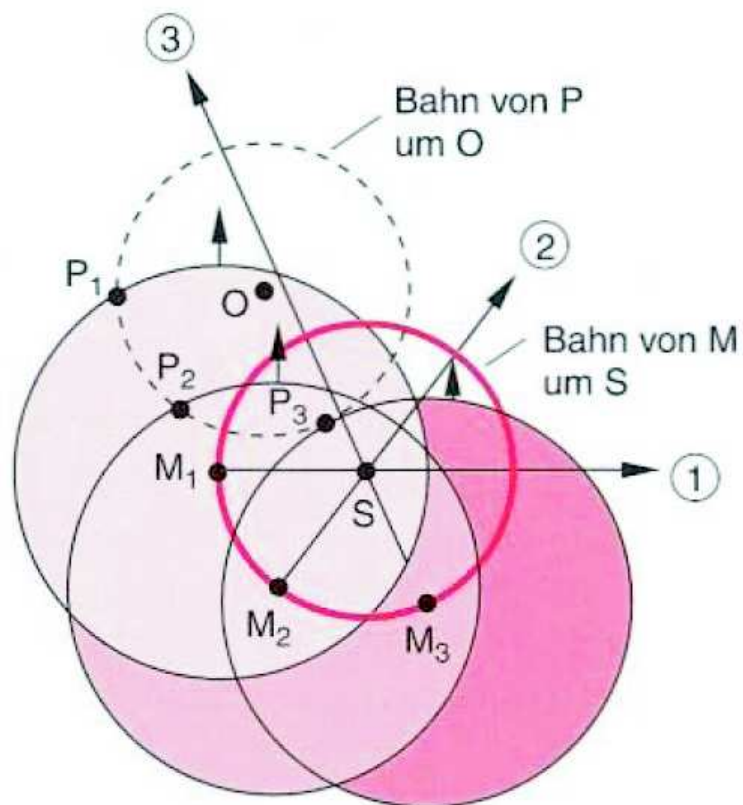
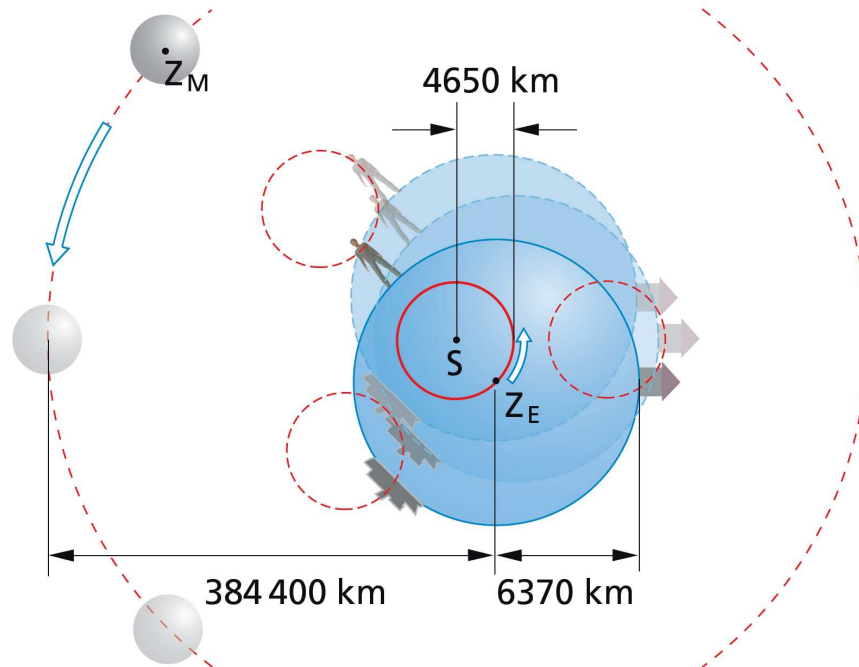


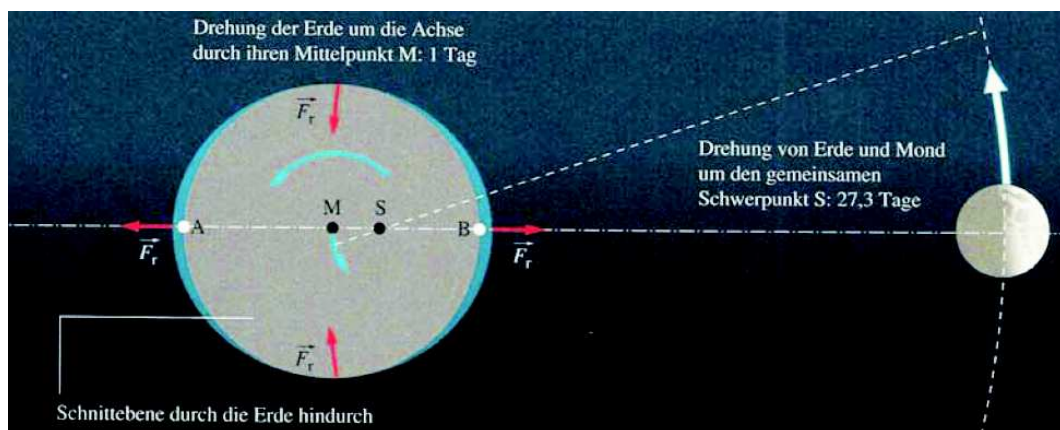
Abb. 5: Die Kräfte  $\vec{F}'_{ges} = \vec{F}_E + \vec{F}_M + \vec{F}_F$  und  $\vec{F}_{ges}$  sind wegen ihrer Kleinheit nicht zu erkennen.



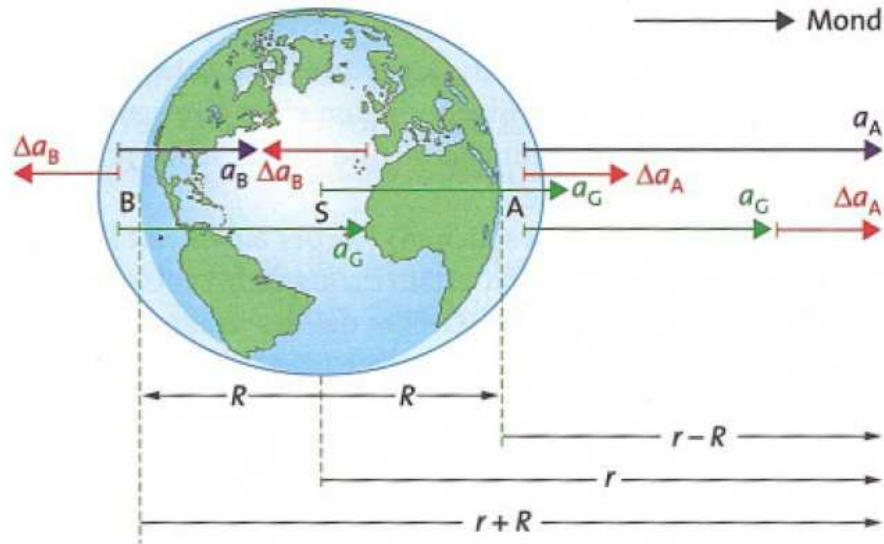
**Abb. 6:** Darstellung der Gezeitenentstehung in [2] (Abb. 6.51, S. 192). Im zugehörigen Text heißt es: „Die durch die mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  erfolgende Erde-Mond-Rotation um S bewirkt deshalb (ohne Eigenrotation der Erde) für alle Massenpunkte  $m$  in der Erde *die gleiche Zentrifugalkraft*.“ (Hervorhebung von mir)



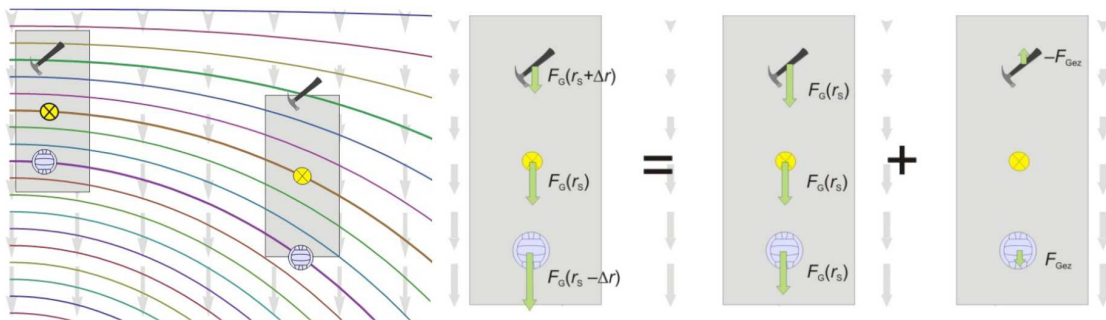
**Abb. 7:** Darstellung der Gezeitenentstehung in [3]. Obwohl das Phänomen offensichtlich im Inertialsystem beschrieben werden soll, heißt es im zugehörigen Text: „Da der Bahnradius für alle Punkte gleich ist, sind auch die *Zentrifugalbeschleunigungen* an allen Punkten auf der Erde gleich groß.“



**Abb. 8:** Darstellung der Gezeitenentstehung in [4]: „Als Mitrotierende spüren wir eine Zentrifugalkraft.“



**Abb. 9:** Darstellung der Gezeitenentstehung in [7]: „Entscheidend ist nun die Differenz zwischen der Gravitationsbeschleunigung auf das Wasser und der Gravitationsbeschleunigung auf den starren Erdkörper. In diesen Punkten ... wird das Wasser relativ zur Erde beschleunigt.“



**Abb. 10:** Müller ([8], Abb. 2 und 3) erklärt Gezeitenkräfte als Differenzkräfte beim freien Fall in einem inhomogenen Gravitationsfeld: „Diese Relativbeschleunigung von Körpern im inhomogenen Gravitationsfeld nennt man Gezeitenbeschleunigung. Sie lässt sich als *Abweichung von der Schwerelosigkeit* erklären.“ (Hervorhebung im Original)